

IN THE UNITED STATES PATENT AND TRADEMARK OFFICE

In re Application of

Anne FERREOL et al.

Confirmation No.5317

U.S. Patent Application No. 10/814,808

Group Art Unit: 2631

Filed: April 1, 2004

For: METHOD AND DEVICE FOR THE FOURTH-ORDER, BLIND IDENTIFICATION OF AN UNDER-DETERMINED MIXTURE OF SOURCES

TRANSMITTAL OF CERTIFIED PRIORITY DOCUMENT

Commissioner for Patents P.O. Box 1450 Alexandria, VA 22313-1450

Dear Sir:

In accordance with the provisions of 35 U.S.C. 119, Applicant hereby claims, in the present application, the priority of France Patent Application No. 0304043, filed April 1, 2003. The certified copy is submitted herewith. Kindly use the attorneys' address associated with the following Customer Number for future correspondence.

Genneth M Berner

Respectfully submitted,

LOWE HAUPTMAN GILMAN & BERNER, LLP

Kenneth M. Berner Registration No. 37,093

1700 Diagonal Road, Suite 310 Alexandria, Virginia 22314 (703) 684-1111 KMB/iyr Facsimile: (703) 518-5499

Date: August 10, 2004

THIS PAGE BLANK (USPTO)

NATIONAL DE

" LA PROPRIETE
INDUSTRIELL

BREVET D'INVENTION

CERTIFICAT D'UTILITÉ - CERTIFICAT D'ADDITION

COPIE OFFICIELLE

Le Directeur général de l'Institut national de la propriété industrielle certifie que le document ci-annexé est la copie certifiée conforme d'une demande de titre de propriété industrielle déposée à l'Institut.

Fait à Paris, le 15 MARS 2004

Pour le Directeur général de l'Institut national de la propriété industrielle Le Chef du Département des brevets

Martine PLANCHE

MILABLE COPY

INSTITUT
NATIONAL DE
LA PROPRIETE

SIEGE 26 bils, rue de Saint Petersbourg 75800 PARIS cedex 08 Télépisone: 33 (0)1 53 04 53 04 Télécopie: 33 (0)1 53 04 45 23 www.impi.fr

THIS PAGE BLANK (USPTO)



BREVET D'INVENTION CERTIFICAT D'UTILITÉ

Code de la propriété intellectuelle - Livre VI

26 bis, rue de Saint Pétersbourg 75800 Paris Cedex 08 Téléphone: 01 53 04 53 04 Télécopie: 01 42 94 86 54

REQUÊTE EN DÉLIVRANCE 1/2

REMANDEUR DE PRIORITÉ UNE TO SINFI PARIS O304043 N° D'ORDEGRETRIAMEN O304043 N° D'ORDEGRETRIAMEN O4 NO AVIR. 2883 OCOMET THALES INTELLECTUAL PROPERTY 31-33 averue Aristide Briand 94117 ARCUEIL Cedex S'ALVEN ODERMANDEUR DE LA DEMANDE Demande de D'EVERT Demande de D'EVERT Demande de de Visionnaire Demande de de Visionnaire Demande de de Visionnaire Demande de de Visionnaire Demande de Visionnaire Demande de devel intitiale N° Date	cicpione (ox 55 5 . 55 6			Cet imprimé est à rempli	ir lisiblement à l'encre noire	DB 540 W /260899	
The property of the property o	Réservé à l'INPI			NOM FT ADRESSE DU DEMANDEUR OU DU MANDATAIRE			
In president purpose and the property an	DATE			A QUI LA CORRI	ESPONDANCE DOIT ETRE A	AUKEOOEE	
THALES INTELLECTUAL PROPERTY 31-33 avenue Ansistée Briand 94117 ARCUEIL Cedex Part tree de profession d'un dépôt par télécopie N° attribué par l'INPI à la télécopie Portugni N° attribué par l'INPI à télécopie Portugni N° attribué par l'INPI à telécopie Portugni N° attribué par l'INPI à télécopie Portugni N° attribué par l'INPI à télécopie Portugni N° attribué par l'INPI à tél	REA LO MALL			Isabelle DUDOUIT			
Demande de provet AVR. 2683 94117 ARCUEIL Cedex 94117 Arcueil Cedx 94117 Arc			'	THALES INTELLE	ECTUAL PROPERTY		
Note to Expose the Properties Avia Cods Note that the Properties No		1 A (713 00)	12	51-33 avenue Aristi 94117 ARCUEIL C	'edex		
Confirmation d'un dépôt par télécople N° attribué par l'INPI à la télécople Demande de brevet Demande de brevet Demande de brevet Demande de certificat d'utilité In Date Date Jate Date Date Jate Date Date Jate Date Date Jate Date Jate Date Date Jate Date Date Jate Date Date Jate Date Jate Date Date Date Jate Date Date Date Date Jate Date	PAR L'INPI	D/11C DC UC. 1		, qii i incomi e			
Demande de brevet Demande de certificat d'utilité Demande de de certificat d'utilité Demande de verificat d'utilité N° Date / / Date / Date / Date / / Date / / Date / Da		ur ce dossier 63021		1		-	
Demande de brevet E	Confirmation d'un						
Demande de certificat d'utilité Demande divisionnaire Demande de brevet initiale ou demande de certificat d'utilité initiale Transformation d'une demande de brevet initiale N° Date J Date Date J Date Da	2 NATURE DE L	A DEMANDE	Cochez l'une des	4 cases suivantes			
Demande divisionnaire Demande de brevet initiale N° Date / / Date / /	Demande de br	revet	×				
Demande de brevet initiale ou demande de certificat d'utilitie initiale Transformation d'une demande de brevet initiale TITRE DE L'INVENTION (200 caractères ou espaces maximum) PROCEDE ET DISPOSITIF D'IDENTIFICATION .AUTODIDACTE D'UN MELANGE SOUS-DETERMINE DE SOURCES AU QUATRIEME ORDRE 4 DÉCLARATION DE PRIORITÉ OU REQUÊTE DU BÉNÈFICE DE LA DATE DE DÉPÔT D'UNE DEMANDE ANTÉRIEURE FRANÇAISE Pays ou organisation Date	Demande de ce	ertificat d'utilité					
Demande de prevot initiate ou demande de certificat d'utilité initiate Transformation d'une de de certificat d'utilité initiate Drace 1	Demande divisi	onnaire	<u> </u>			٠	
Date	1	Demande de brevet initiale	N _o		Date//		
Transformation d'une demande de brevet européen Demande de brevet européen Demande de brevet européen Demande de brevet initiale TITRE DE L'INVENTION (200 caractères ou espaces maximum) PROCEDE ET DISPOSITIF D'IDENTIFICATION AUTODIDACTE D'UN MELANGE SOUS-DETERMINE DE SOURCES AU QUATRIEME ORDRE DÉCLARATION DE PRIORITÉ OU REQUÊTE DU BÉNÉFICE DE LA DATE DE DÉPÔT D'UNE DEMANDE ANTÉRIEURE FRANÇAISE Pays ou organisation Date			N°	-	Date//		
brevet européen Demande de brevet initiale N° Date	1						
TITRE DE L'INVENTION (200 caractères ou espaces maximum) PROCEDE ET DISPOSITIF D'IDENTIFICATION .AUTODIDACTE D'UN MELANGE SOUS-DETERMINE DE SOURCES AU QUATRIEME ORDRE DÉCLARATION DE PRIORITÉ OU REQUÊTE DU BÉNÉFICE DE LA DATE DE DÉPÔT D'UNE DEMANDE ANTÉRIEURE FRANÇAISE DEMANDEUR No S'il y a d'autres priorités, cochez la case et utilisez l'imprimé «Suite» Forme juridique Nom ou dénomination sociale THALES Prénoms Forme juridique No SIREN Code APE-NAF Adresse Rue 173, boulevard Haussmannn Rue Nolo Date 175,008 PARIS PASS PASS PASS PASS PANCE PASS Nationalité No de téléphone (facultatif) No de téléphone (facultatif) No de télécopie (facultatif)			Nº		Date//_		
PROCEDE ET DISPOSITIF D'IDENTIFICATION AUTODIDACTE D'UN MELANGE SOUS-DETERMINE DE SOURCES AU QUATRIEME ORDRE DÉCLARATION DE PRIORITÉ OU REQUÊTE DU BÉNÉFICE DE LA DATE DE DÉPÔT D'UNE DEMANDE ANTÉRIEURE FRANÇAISE DEMANDEUR N° S'il y a d'autres demandeurs, cochez la case et utilisez l'imprimé «Suite» Forme juridique N° SIREN Code APE-NAF Adresse Rue TALES Pays Nationalité N° de téléphore (facultatif) N° de télécopie (facultatif)	TITRE DE L'IN	VENTION (200 caractères ou	ı espaces maximum)				
OU REQUÊTE DU BÉNÉFICE DE LA DATE DE DÉPÔT D'UNE DEMANDE ANTÉRIEURE FRANÇAISE DEMANDEUR N° S'il y a d'autres priorités, cochez la case et utilisez l'imprimé «Suite» S'il y a d'autres demandeurs, cochez la case et utilisez l'imprimé «Suite» Prénoms Forme juridique N° SIREN Code APE-NAF Adresse Rue 173, boulevard Haussmannn Rue Pays N° de téléphone (facultatif) N° de téléphone (facultatif) N° de télécopie (facultatif)							
OU REQUÊTE DU BÉNÉFICE DE LA DATE DE DÉPÔT D'UNE DEMANDE ANTÉRIEURE FRANÇAISE DEMANDEUR Nom ou dénomination sociale Prénoms Forme juridique N° SIREN Code APE-NAF Adresse Rue 173, boulevard Haussmannn Rue 173, boulevard Haussmannn Pays ou organisation Date // / N° S'il y a d'autres priorités, cochez la case et utilisez l'imprimé «Suite» S'il y a d'autres demandeurs, cochez la case et utilisez l'imprimé «Suite» Frenoms Forme juridique N° SIREN Code APE-NAF Adresse Rue 173, boulevard Haussmannn Pays FRANCE Nationalité Française N° de téléphone (facultatif) N° de télécopie (facultatif) N° de télécopie (facultatif)	4 DÉCLARATION	4 DÉCLARATION DE PRIORITÉ		on /	N°		
Date	OU REQUÊTE	DU BÉNÉFICE DE	1	on			
Date S'il y a d'autres priorités, cochez la case et utilisez l'imprimé «Suite»	LA DATE DE I	DÉPÔT D'UNE			N°		
S'il y a d'autres priorités, cochez la case et utilisez l'imprimé «Suite» S'il y a d'autres demandeurs, cochez la case et utilisez l'imprimé «Suite» Nom ou dénomination sociale THALES			Date /				
S'il y a d'autres demandeurs, cochez la case et utilisez l'imprimé «Suit Nom ou dénomination sociale THALES Prénoms	4		☐ S'il y a d'a	utres priorités, coche	z la case et utilisez l'impi	rimé «Suite»	
Nom ou dénomination sociale THALES	5 DEMANDEU	R	☐ S'il y a d'a	autres demandeurs, co	ochez la case et utilisez l'	'imprimé «Suite»	
Forme juridique Société Anonyme			THALES				
Forme juridique Société Anonyme	Prénoms						
N° SIREN							
Adresse Rue 173, boulevard Haussmannn Code postal et ville 75008 PARIS Pays FRANCE Nationalité Française N° de téléphone (facultatif) N° de télécopie (facultatif)				5 .5 .2 .0 .5 .9 .0 .2 .4			
Adresse Rue Code postal et ville 75008 PARIS Pays FRANCE Nationalité Française N° de téléphone (facultatif) N° de télécopie (facultatif)	Code APE-NAF						
Code postal et ville Pays FRANCE Nationalité N° de téléphone (facultatif) N° de télécopie (facultatif)	Adresse	Rue				·	
Nationalité Française N° de téléphone (facultatif) N° de télécopie (facultatif)		Code postal et ville		RIS			
N° de téléphone (facultatif) N° de télécopie (facultatif)						 	
N° de télécopie (facultatif)			Française				
			+				



BREVET D'INVENTION CERTIFICAT D'UTILITÉ

REQUÊTE EN DÉLIVRANCE 2/2

Réservé à l'INPI					
REMISE DES PIÈCE VRIL 2003 LIEU 75 INPI PARIS		acr:			
N° D'ENREGISTREMENT NATIONAL ATTRIBUÉ PAR L'INPI			DB 540 W / 260899		
Vos références pour ce dossier : (facultatif)	63021				
6 MANDATAIRE					
Nom	DUDOUIT				
Prénom	Isabelle				
Cabinet ou Société	THALES				
N °de pouvoir permanent et/ou de lien contractuel	8325				
Adresse Rue	31-33, avenue Ari	istide Briand			
Code postal et ville		CUEIL Cedex			
N° de téléphone (facultatif)	01 41 48 45 17				
N° de télécopie (facultatif)	01 41 48 45 01				
Adresse électronique (facultatif)					
7 INVENTEUR (S)					
Les inventeurs sont les demandeurs	Oui Non Dans ce cas fournir une désignation d'inventeur(s) séparée				
8 RAPPORT DE RECHERCHE	Uniquement pour une demande de brevet (y compris division et transformation)				
Établissement immédiat ou établissement différé					
Paiement échelonné de la redevance	Paiement en trois versements, uniquement pour les personnes physiques Oui Non				
9 RÉDUCTION DU TAUX	Uniquement por	Uniquement pour les personnes physiques			
DES REDEVANCES	Requise pour la première fois pour cette invention (joindre un avis de non-imposition)				
	Requise antérieurement à ce dépôt (joindre une copie de la décision d'admission pour cette invention ou indiquer sa référence):				
	<u> </u>				
Si vous avez utilisé l'imprimé «Suite», indiquez le nombre de pages jointes			·		
	<u></u>				
SIGNATURE DU DEMANDEUR OU DU MANDATAIRE (Nom et qualité du signataire)			VISA DE LA PRÉFECTURE OU DE L'INPI		
Isabelle DUISOUIT			M GUICHET		

La loi n°78-17 du 6 janvier 1978 relative à l'informatique, aux fichiers et aux libertés s'applique aux réponses faites à ce formulaire. Elle garantit un droit d'accès et de rectification pour les données vous concernant auprès de l'INPI.

L'invention concerne notamment un procédé d'identification autodidacte d'un nombre de sources P potentiellement supérieur ou égal au nombre N de capteurs de l'antenne de réception.

Elle peut être utilisée par exemple dans un contexte multiémissions à Bande étroite.

Elle est utilisée par exemple dans un réseau de communications.

Elle trouve son application notamment dans le domaine des radiocommunications, des télécommunications spatiales ou de l'écoute passive de ces liaisons, dans des gammes allant de la VLF à la EHF.

10

20

5

La figure l schématise un exemple de réseau comprenant plusieurs capteurs de réception, chaque capteur recevant un ou plusieurs émetteurs de radiocommunication, de directions d'arrivée différentes.

Chaque capteur reçoit une source avec une phase et une amplitude dépendant de l'angle d'incidence de celle-ci et de la position du capteur. La figure 2 schématise un exemple de paramètrage de la direction d'une source. Cette direction est paramétrée par 2 angles correspondant aux angles d'azimut θ et d'élévation Δ .

Depuis maintenant près d'une quinzaine d'années, de nombreuses techniques d'identification autodidacte de signatures ou vecteurs directeurs de sources, supposées statistiquement indépendantes, ont été développées sous l'hypothèse d'un nombre de sources P inférieur ou égal au nombre de capteurs N, décrites dans les références [1][3][7] citées en fin de la description. Toutefois pour de nombreuses applications pratiques telles que les radiocommunications HF, le nombre de sources reçues par les capteurs augmente en particulier avec la largeur de bande des récepteurs et le nombre de sources P peut dès lors devenir supérieur au nombre de capteurs N. Les mélanges associés des sources sont alors qualifiés de sousdéterminés.

30

Un certain nombre de méthodes d'identification autodidacte de

mélanges sous-déterminés de sources'à bande étroite pour le réseau ont été développées tout récemment et décrites dans les références [2] [7-8] et [10]. Les méthodes proposées dans les références [2] et [7-8] exploitent l'information contenue dans les statistiques d'ordre 4 (FO: Fourth Order) des signaux reçus sur les capteurs tandis que la méthode proposée dans la référence [10] exploite l'information contenue dans une des fonctions caractéristiques des signaux reçus. Toutefois, ces méthodes présentent de grosses limitations dans la perspective d'une mise en œuvre opérationnelle. En effet, la méthode de la référence [2] est très difficile à mettre en œuvre et n'assure pas l'identification des sources ayant le même kurtosis (cumulant normalisé d'ordre 4). Les méthodes des références [7-8] supposent que les sources sont non circulaires et conduisent à des résultats peu fiables en pratique. Finalement la méthode de la référence [10] a été développée uniquement pour des mélanges de sources à valeurs réelles (non complexe).

10

15

20

25

L'objet de la présente invention concerne notamment un nouveau procédé d'identification autodidacte d'un mélange sous-déterminé de sources à bande étroite pour le réseau. Le procédé permet notamment d'identifier jusqu'à N² – N + 1 sources à partir de N capteurs identiques et jusqu'à N² sources avec N capteurs différents, en supposant uniquement que les sources ont des trispectres différents et des kurtosis non nuls et de même signe (cette dernière hypothèse est pratiquement toujours vérifiée dans le contexte des radiocommunications).

L'invention concerne un procédé d'identification autodidacte à l'ordre 4 de signatures d'au moins deux sources dans un système comportant un nombre de sources P et un nombre N de capteurs de réception recevant les observations, lesdites sources ayant des tri-spectres différents. Il est caractérisé en ce qu'il comporte au moins les étapes suivantes :

 une étape de blanchiment à l'ordre 4 des observations reçues sur les capteurs de réception afin d'orthonormaliser les vecteurs directeurs des sources dans les matrices de quadricovariance des observations exploitées, • une étape de diagonalisation conjointe de plusieurs matrices de quadricovariance blanchies afin d'identifier les signatures spatiales des sources.

Le nombre de sources P est par exemple supérieur au nombre de 5 capteurs N.

Le procédé peut être utilisé dans un réseau de communication.

Le procédé selon l'invention présente notamment les avantages suivants :

- Il permet d'identifier un nombre de sources supérieur au nombre de capteurs :
 - pour des capteurs identiques : $N^2 N + 1$ sources ayant des trispectres différents, des kurtosis non nuls et de même signe,
- pour des capteurs différents (réseau à diversité de polarisation et/ou à diversité de diagramme et/ou avec du couplage, etc...) N² sources ayant des trispectres différents, des kurtosis non nuls et de même signe,
 - Il est robuste à du bruit Gaussien même corrélé spatialement.

25

30

- Il permet une goniométrie de chaque source identifiée, à partir d'un modèle de front d'onde plaqué sur la signature, avec une résolution potentiellement supérieure aux méthodes existantes,
 - Il permet l'identification de I (N²-N+1) sources cyclostationnaires si les capteurs sont identiques et I× N² sources cyclostationnaires si les capteurs sont différents : à diversité de polarisation et/ou à diversité de diagramme et/ou avec du couplage, où I est le nombre de fréquences cycliques traitées,
 - Au moyen d'un critère de performances, il permet dévaluer quantitativement la qualité d'estimation du vecteur directeur de chaque source, une comparaison quantitative de deux méthodes pour l'identification d'une source donnée,
 - A l'aide d'une étape de sélection des fréquences cycliques, il permet de traiter un nombre de sources supérieur au nombre de sources traitées par la méthode de base.

D'autres caractéristiques et avantages de l'invention apparaîtront mieux à la lecture de la description annexée des figures qui représentent :

- La figure 1 un exemple de réseau de communications,
- La figure 2 une représentation des paramètres d'une source,
- 5 La figure 3 un schéma fonctionnel du procédé selon l'invention,
 - La figure 4 un exemple de filtrage spatial,

15

20

- Les figures 5 et 6 des exemples de variation du critère de performance en fonction du nombre d'échantillons observés comparant les performances du procédé à 2 méthodes de l'art antérieur.
- Les figures 7 à 9 trois variantes de réalisation du procédé décrit à la figure 3 mettant en œuvre une sélection des fréquences cycliques.

Afin de mieux faire comprendre l'objet de l'invention, l'exemple qui suit est donné à titre illustratif et nullement limitatif pour un réseau de radiocommunication en contexte de multiémissions à Bande étroite, avec des sources ayant des tri-spectres (de cumulants) différents.

Chaque capteur du réseau, composé de N capteurs, reçoit un mélange de P sources à Bande Etroite (BE) supposées statistiquement indépendantes. Sous cette hypothèse, le vecteur des enveloppes complexes des signaux en sortie des capteurs s'écrit :

$$x(t) = \sum_{p=1}^{P} s_p(t) \ \mathbf{a}_p + \mathbf{b}(t) = A \ \mathbf{s}(t) + \mathbf{b}(t)$$
 (1)

où $s_p(t)$ est le signal de la $p^{\text{ième}}$ source ainsi que la $p^{\text{ième}}$ composante du vecteur s(t), b(t) est le vecteur bruit supposé gaussien de covariance quelconque, a_p est la signature ou le vecteur directeur de la $p^{\text{ième}}$ source et A (N x P) est la matrice des vecteurs a_p (vecteurs directeurs des sources).

L'invention a notamment pour objet d'identifier les vecteurs directeurs \mathbf{a}_p de chacune des sources lorsqu'en particulier le nombre de sources P est potentiellement supérieur au nombre de capteurs N.

A partir de cette identification, il est ensuite possible d'appliquer 30 des techniques d'extraction des sources par filtrage spatial des observations. L'extraction autodidacte a notamment pour objectif de restituer les signaux informationnels véhiculés par les sources en n'exploitant (en fonctionnement normal) aucune information a priori sur celles-ci.

Statistique d'ordre, 4

5

10

15

25

Le procédé selon l'invention exploite les statistiques d'ordre 4 des observations correspondant aux moyennes temporelles, $Q_x(\tau_1,\tau_2,\tau_3)$ = $\langle Q_x(\tau_1,\tau_2,\tau_3)(t)\rangle$, sur un horizon d'observation infini, de certaines matrices de quadricovariance, $Q_x(\tau_1,\tau_2,\tau_3)(t)$, de dimension (N^2xN^2) . Les éléments, $Q_x(\tau_1,\tau_2,\tau_3)[i,j,k,l](t)$, de ces matrices sont par exemple définis par la relation :

$$Q_{x}(\tau_{1},\tau_{2},\tau_{3})[i,j,k,l][t] = \operatorname{Cum}(x_{i}(t),x_{j}(t-\tau_{1})^{*},x_{k}(t-\tau_{2})^{*},x_{l}(t-\tau_{3}))$$
(2)

où * est le symbole complexe conjugué, $x_i(t)$ est la i tême composante du vecteur $\mathbf{x}(t)$, <.> est l'opération de moyennage temporel sur un horizon d'observation infini et (τ_1,τ_2,τ_3) est un triplet de retards. En supposant que $Q_x(\tau_1,\tau_2,\tau_3)[i,j,k,l]$ est l'élément [N(i-1)+j,N(k-1)+l] de la matrice $Q_x(\tau_1,\tau_2,\tau_3)$, en supposant que le bruit est gaussien et en utilisant l'expression (1) dans l'expression (2), la matrice de quadricovariance $Q_x(\tau_1,\tau_2,\tau_3)$ s'écrit de la façon suivante :

$$Q_{s}(\tau_{1},\tau_{2},\tau_{3}) = (A \otimes A^{*}) Q_{s}(\tau_{1},\tau_{2},\tau_{3}) (A \otimes A^{*})^{H}$$
(3)

où $Q_s(\tau_1,\tau_2,\tau_3)$ est la matrice de quadricovariance moyennée de s(t) de dimension $(P^2 \times P^2)$, $A=[a_1 \dots a_P]$, \otimes est le produit de Kronecker et $^{_{\rm H}}$ désigne le transposé et conjugué. Sous l'hypothèse de sources statistiquement indépendantes la matrice $Q_s(\tau_1,\tau_2,\tau_3)$ est composée d'au moins P^4-P zéros et l'expression (3) se simplifie de la manière suivante :

$$Q_{x}(\tau_{1},\tau_{2},\tau_{3}) = \sum_{p=1}^{p} c_{p}(\tau_{1},\tau_{2},\tau_{3}) (a_{p} \otimes a_{p}^{*}) (a_{p} \otimes a_{p}^{*})^{H}$$
(4a)

$$= A_{Q} C_{s}(\tau_{1}, \tau_{2}, \tau_{3}) A_{Q}^{H}$$
 (4b)

13

1

i. L où A_Q est une matrice de dimension $(N^2 \times P)$ définie , par $A_Q = [(\boldsymbol{a}_1 \otimes \boldsymbol{a}_1^*), ..., (\boldsymbol{a}_p \otimes \boldsymbol{a}_p^*)]$, $C_s(\tau_1, \tau_2, \tau_3)$ est une matrice diagonale de dimension $(P \times P)$ définie par $C_s(\tau_1, \tau_2, \tau_3) = \text{diag}[c_1(\tau_1, \tau_2, \tau_3), ..., c_p(\tau_1, \tau_2, \tau_3)]$ et où $c_p(\tau_1, \tau_2, \tau_3)$ est défini par : $c_p(\tau_1, \tau_2, \tau_3) = \langle \text{Cum}(s_p(t), s_p(t-\tau_1)^*, s_p(t-\tau_2)^*, s_p(t-\tau_3)) \rangle$ (5)

L'expression (4b) a une structure algébrique similaire à celle de la matrice de corrélation des observations utilisée dans l'algorithme SOBI décrit dans la référence [1]. On notera dans la suite $Q_x = Q_x(0, 0, 0)$, $c_p = c_p(0, 0, 0)$, $C_s = C_s(0, 0, 0)$ pour en déduire de la relation (4b) :

$$Q_x = A_Q C_s A_Q^{\mathsf{H}} \tag{6}$$

On suppose, dans la suite, que le nombre de sources P est tel que $P \leq N^2$, que la matrice A_Q est de rang plein, que les cumulants moyennés c_P , $1 \leq p \leq P$, sont non nuls (sources non gaussienne) et de même signe et que pour tout couple (i,j) de sources il existe au moins un triplet de retards (τ_1,τ_2,τ_3) tel que $|\tau_1|+|\tau_2|+|\tau_3|\neq 0$ et

15
$$c_i(\tau_1, \tau_2, \tau_3) / |c_i| \neq c_j(\tau_1, \tau_2, \tau_3) / |c_j|$$
 (7)

Etape de blanchiment à l'ordre 4

5

10

La première étape du procédé selon l'invention, dénommé 20 FOBIUM, consiste à orthonormaliser, dans la matrice de quadricovariance Q_x de l'expression (6), les colonnes de la matrice A_Q , considérées comme les vecteurs directeurs virtuels des sources pour le réseau de capteurs considéré. Dans ce but, le procédé considère la décomposition en éléments propres de la matrice hermitienne Q_x , de rang P, donnée par

$$Q_x = E_x \Lambda_x E_x^{\mathrm{H}} \tag{8}$$

où Λ_x est la matrice diagonale réelle, de dimension $(P \times P)$, des P valeurs propres non nulles de Q_x , et E_x est la matrice de dimension $(N^2 \times P)$ des vecteurs propres orthonormés associés. Pour une matrice A_Q de rang plein,

on peut montrer qu'il y a équivalence entre supposer que les kurtosis des sources sont de même signe ε ($\varepsilon = \pm 1$) et supposer que les valeurs propres de Λ_x sont aussi de même signe ε . Dans ce contexte, il est possible de construire la matrice de blanchiment suivante T de dimension ($P \times N^2$):

$$T = \left(\Lambda_x\right)^{-1/2} E_x^{\mathrm{H}} \tag{9}$$

La matrice de blanchiment de dimension $(P \times N^2)$ est définie à partir de la racine carrée de la matrice diagonale réelle de dimension $(P \times P)$ des P valeurs propres non nulles de la matrice de quadricovariance et du transposé de la matrice des vecteurs propres associés de dimension $(P \times N^2)$ où $(\Lambda_x)^{-1/2}$ est l'inverse de la racine carré de Λ_x . Des expressions (6) et (8) on en déduit que :

$$\varepsilon T Q_x T^{\mathsf{H}} = T A_Q (\varepsilon C_s) A_Q^{\mathsf{H}} T^{\mathsf{H}} = I_P$$
 (10)

où I_P est la matrice identité de dimension $(P \times P)$ et où $\varepsilon C_s = \operatorname{diag}[|c_1|, ..., |c_p|]$. Cette dernière expression montre que la matrice TA_Q $(\varepsilon C_s)^{1/2}$ de dimension $(P \times P)$ est une matrice unitaire U. On en déduit alors que :

$$TA_Q = U(\varepsilon C_s)^{-1/2}$$
 (11)

Etape d'identification à l'ordre 4

5

10

On déduit des expressions (4b) et (11) que :

$$W(\tau_1, \tau_2, \tau_3) = TQ_x(\tau_1, \tau_2, \tau_3) T^{\mathsf{H}} = U(\varepsilon C_s)^{-1/2} C_s(\tau_1, \tau_2, \tau_3) (\varepsilon C_s)^{-1/2} U^{\mathsf{H}}$$
(12)

matrice Q_x . Cette dernière expression montre que la matrice unitaire U diagonalise les matrices $T(Q_x(\tau_1,\tau_2,\tau_3))$ T^H et que les váleurs propres associées sont les termes diagonaux de la matrice diagonale $(\varepsilon C_s)^{-1/2}$ $C_s(\tau_1,\tau_2,\tau_3)$ $(\varepsilon C_s)^{-1/2}$. Pour un triplet de retards donné (τ_1,τ_2,τ_3) , la matrice U est unique à une permutation près et à une matrice diagonale unitaire près, lorsque les éléments de la matrice $(\varepsilon C_s)^{-1/2}$ $C_s(\tau_1,\tau_2,\tau_3)$ $(\varepsilon C_s)^{-1/2}$ sont tous différents. Dans le cas contraire, le procédé utilise un ensemble de K triplets $(\tau_1^k,\tau_2^k,\tau_3^k)$, $1 \le k \le K$, défini de la manière suivante : pour tous couples de sources (i,j), il existe

où $W(\tau_1,\tau_2,\tau_3)$ est la matrice de quadricovariance blanchie à l'ordre 4 par la



au moins un triplet $(\tau_1^k, \tau_2^k, \tau_3^k)$, tel que la condition de l'équation (7) soit vérifiée. Dans ces conditions, la matrice unitaire U est la seule matrice U_{soi} qui, à une permutation et une matrice diagonale unitaire près, diagonalise conjointement les K matrices $T \times Q_{soi}(\tau_1^k, \tau_2^k, \tau_3^k) \times T^H$. En conséquence, la matrice U_{soi} , solution du problème précédent, s'écrit en fonction de la matrice unitaire U de la manière suivante :

$$U_{sol} = U \Lambda \Pi \tag{13}$$

où Λ et Π sont respectivement la matrice diagonale unitaire et la matrice de permutation citées précédemment. A partir des équations (11) et (13), il est possible de déduire la matrice A_Q à une matrice diagonale unitaire et de permutation près, qui s'exprime par :

$$T^{\#}U_{\text{sol}} = [b_1...b_P] = E_x \Lambda_x^{1/2} U_{\text{sol}} = A_Q (\varepsilon C_s)^{1/2} \Lambda \Pi$$
 (14)

où T^{\sharp} est la pseudo-inverse de la matrice T. Chaque colonne , \boldsymbol{b}_{l} ($1 \leq l \leq P$), de la matrice T^{\sharp} U_{sol} correspond à l'un des vecteurs $\mu_{q} |c_{q}|^{1/2}$ ($\boldsymbol{a}_{q} \otimes \boldsymbol{a}_{q}^{*}$), $1 \leq q \leq P$, où μ_{q} est un scalaire complexe tel que $|\mu_{q}| = 1$. En conséquence, en transformant chaque colonne \boldsymbol{b}_{l} de la matrice T^{\sharp} U_{sol} en une matrice B_{l} de dimension $(N \times N)$ tel que $B_{l}[i,j] = \boldsymbol{b}_{l}((i-1)N+j)$ $(1 \leq i,j \leq N)$ on en déduit que:

$$B_l = \mu_q |c_q|^{1/2} a_q a_q^{\text{H}} \text{ pour } (1 \le l, q \le P)$$
 (15)

La matrice B_i est construite à partir du vecteur $\textbf{\emph{b}}_i$ et dépend d'un scalaire complexe, de la racine carrée du cumulant et du vecteur directeur de la q^{leme} source et de son conjugué.

Dans ce contexte le vecteur directeur \mathbf{a}_q de la $q^{\text{tème}}$ source est associé au vecteur propre de B_l associé à la plus forte valeur propre.

Résumé du principe de l'invention

En résumé, les différentes étapes du procédé selon l'invention comportent au moins les étapes suivantes :

pour L observations vectorielles reçue au cours du temps : $x(lT_e)$ ($1 \le l \le L$), où T_e est la période d'échantillonnage.

Estimation

10

15

20

Etape 1: Estimer, par \hat{Q}_x , la matrice de quadricovariance Q_x , à partir des L observations $\mathbf{x}(lT_e)$, en utilisant un estimateur non biaisé et asymptotiquement consistant. Suivant la nature des sources, l'estimateur est adapté comme suit :

- Cas stationnaire et centré : Estimateur empirique utilisé dans la référence [3].
 - Cas cyclo-stationnaire et centré: Estimateur mis en oeuvre dans la référence [10].
- Cas cyclo-stationnaire et non-centré : Estimateur mis en oeuvre dans la 10 référence [11].

Blanchiment

Etape 2: Décomposer en éléments propres la matrice de quadricovariance estimée \hat{Q}_x , estimer le nombre de sources P et restreindre cette décomposition en éléments propres, aux P composantes principales : $\hat{Q}_x \approx \hat{E}_x$ 15 $\hat{\Lambda}_x \hat{E}_x^H$, où $\hat{\Lambda}_x$ est la matrice diagonale contenant les P valeurs propres de plus fort module et \hat{E}_x est la matrice contenant les vecteurs propres associés.

Etape 3: Construire la matrice de blanchiment : $\hat{T} = (\hat{\Lambda}_x)^{-1/2} \hat{E}_x^{H}$.

20 Sélection des triplets

Etape 4: Sélectionner K triplets de retards $(\tau_1^k, \tau_2^k, \tau_3^k)$ où $|\tau_1^k| + |\tau_2^k| + |\tau_3^k| \neq 0$.

Estimation

- **Etape 5**: Estimer, par $\hat{Q}_x(\tau_1^k, \tau_2^k, \tau_3^k)$, K matrices de quadricovariance Q_X ($\tau_1^k, \tau_2^k, \tau_3^k$). Comme dans l'étape 1 cette estimation dépend notamment des hypothèses faites sur les observations:
 - Cas stationnaire et centré : Estimateur empirique utilisé dans la référence [3].



- Cas cyclo-stationnaire et centré: Estimateur mis en oeuvre dans la référence [10].
- Cas cyclo-stationnaire et non-centré: Estimateux mis en oeuvre dans la référence [11].

5 Identification

Etape 6: Calculer les matrices \hat{T} $\hat{Q}_{x}(\tau_{1}^{k},\tau_{2}^{k},\tau_{3}^{k})$ \hat{T}^{H} et estimer, par \hat{U}_{sol} , la matrice unitaire U_{sol} par diagonalisation conjointe des K matrices \hat{T} $\hat{Q}_{x}(\tau_{1}^{k},\tau_{2}^{k},\tau_{3}^{k})$ \hat{T}^{H} .

Etape 7: Calculer $\hat{T}^{*}\hat{U}_{sol}=[\hat{\boldsymbol{b}}_{1}...\hat{\boldsymbol{b}}_{P}]$ et construire les matrices $\hat{\boldsymbol{B}}_{l}$ de dimension $(N \times N)$.

Etape 8 : Estimer, par \hat{a}_P , les signatures a_q ($1 \le q \le P$) des P sources en appliquant une décomposition en élément sur chaque matrice \hat{B}_L .

Applications

20

A l'issue de l'étape 8, le procédé a identifié les vecteurs directeurs de P sources non gaussiennes ayant des tri-spectres différents avec des kurtosis de mêmes signes. P<N² et P peuvent atteindre N² – N + 1 ou N² selon le type de capteurs utilisés.

A l'aide de ces informations, le procédé peut mettre en œuvre une méthode de goniométrie ou un filtrage spatial d'antennes.

Une méthode de goniométrie permet de déterminer la direction d'arrivée des sources et plus précisément les angles d'azimut, θ_m pour la goniométrie en 1D et azimut et site (θ_m, Δ_m) pour la goniométrie 2D.

La figure 4 représente un filtrage spatial d'antennes, pour des structures spatiales de filtrage. Il permet notamment d'optimiser la réception d'une ou de toutes les sources présentes par filtrage spatial des observations. Lorsque plusieurs sources sont d'intérêt pour le récepteur, on parle de techniques de séparation de sources. Lorsque qu'aucune information a priori n'est exploitée sur les sources, on parle de techniques

autodidactes.

Vérification de la qualité des estimées

Selon une variante de réalisation, le procédé comporte une étape permettant l'évaluation quantitative, pour chaque source, de la qualité de l'identification du vecteur directeur associé.

Ce nouveau critère permet la comparaison intrinsèque de deux méthodes d'identification pour la restitution de la signature d'une source particulière. Ce critère, pour le problème de l'identification, est l'extension de celui proposé dans [5] pour l'extraction. Il est défini par le *P*-uplet :

$$D(A, \hat{A}) = (\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_P)$$
 (16)

οù

10

20

25

$$\alpha_p = \min_{1 \le i \le P} \left[d(\mathbf{a}_{p_i} \ \hat{\mathbf{a}}_i) \right] \tag{17}$$

et où d(u,v) est la pseudo-distance entre les vecteurs u et v, tel que :

15
$$d(u, v) = 1 - \frac{|u^{H}v|^{2}}{(u^{H}u)(v^{H}v)}$$
 (18)

Dans les simulations des figures 5 et 6, on est en présence de P=6 sources statistiquement indépendantes reçues sur un réseau circulaire de N=3 capteurs de rayon r tel que $r/\lambda=0.55$ (λ : longueur d'onde). Les 6 sources sont des sources QPSK non filtrées ayant 20dB de rapport signal sur bruit avec une période symbole $T=4T_e$, où T_e est la période d'échantillonnage.

Les incidences des sources sont telles que θ_1 =2.16°, θ_2 =25.2°, θ_3 =50°, θ_4 =272.16°, θ_5 =315.36°, θ_6 =336.96° et les fréquences porteuses associées vérifient Δf_1 T_e =0, Δf_2 T_e =1/2, Δf_3 T_e =1/3, Δf_4 T_e =1/5, Δf_5 T_e =1/7 et Δf_6 T_e =1/11. Les méthodes JADE [3], SOBI [1] et FOBIUM selon l'invention sont appliqués et les performances α_q pour q=1...6 sont évaluées après un

triplets de retards $(\tau_1^k, \tau_2^k, \tau_3^k)$ où $\tau_1^{k}=kT_e$ et $\tau_2^{k}=\tau_3^{k}=0$.

moyennage sur 1000 réalisations. Pour la méthode FOBIUM on choisit *K*=4

Sous les hypothèses précédentes, la figure 5 montre la variation de α₂ (performances de la 2ième source) en sortie des séparateurs JADE (b), SOBI (c) et FOBIUM (a) en fonction du nombre *L* d'échantillons. Les courbes montrent d'une part que les méthodes JADE et SOBI ont des difficultés à identifier le vecteur directeur de la 2^{ième} source dans un contexte de mélange sous-déterminé et que d'autre part la méthode FOBIUM a de très bonnes performances.

La Figure 6 montre, dans le même contexte, les variations de tous les α_p ($1 \le p \le 6$) en sortie de la méthode FOBIUM en fonction de L. La courbe (indice p) est associé à la p^{ième} source. On remarque que tous les coefficients α_p convergent vers zéros et que asymptotiquement les vecteurs directeurs sont parfaitement identifiés.

Variantes de réalisation cyclique

15

25

Les figures 7 et 8 représentent deux exemples de variantes de 20 réalisation selon l'invention dénommées FOBIUM cyclique.

L'idée consiste notamment à introduire une sélectivité par les fréquences cycliques dans le procédé présenté ci-dessus et vise en particulier à identifier de manière autodidacte et avec une capacité de traitement plus importante, des mélanges sous-déterminés de sources cyclostationnaires.

La différence majeure entre les étapes 1 à 8 explicitées ci-dessus et cette variante de réalisation est la mise en œuvre d'une étape d'isolation cyclique des sources par discrimination selon leurs fréquences cycliques à l'ordre 4. De cette façon, il est possible d'identifier séparément les sources

associées à un même paramètre cyclique à l'ordre 4 sans être perturbé par les autres sources traitées séparément.

Les deux variantes présentées aux figures 7 et 8 peuvent être mises en œuvre en réitérant le processus d'isolation cyclique sur les « autres sources » avec d'autres paramètres cycliques. Le processus d'isolation cyclique peut s'appliquer plusieurs fois dans une troisième version illustré sur la figure 9.

Statistiques cycliques d'ordre 4

Les statistiques d'ordre 4 cycliques des observations ou des signaux capteurs utilisées sont caractérisées par les matrices de quadricovariance cyclique $Q_x^{\epsilon}(\alpha,\tau_1,\tau_2,\tau_3)$ de dimension (N^2xN^2) où les éléments $Q_x^{\epsilon}(\alpha,\tau_1,\tau_2,\tau_3)[i,j,k,l]$, sont définis par :

$$Q_x^{1}(\alpha, \tau_1, \tau_2, \tau_3) [i, j, k, l] = \langle \text{Cum}(x_i(t), x_j(t - \tau_1)^*, x_k(t - \tau_2)^*, x_l(t - \tau_3)) \exp(-j2\pi\alpha t) \rangle$$

15
$$Q_x^2(\alpha, \tau_1, \tau_2, \tau_3) [i, j, k, l] = \langle \text{Cum}(x_i(t), x_j(t - \tau_1)^*, x_k(t - \tau_2), x_l(t - \tau_3)) \exp(-j2\pi\alpha t) \rangle$$

 $Q_x^3(\alpha, \tau_1, \tau_2, \tau_3) [i, j, k, l] = \langle \text{Cum}(x_i(t), x_j(t - \tau_1), x_k(t - \tau_2), x_l(t - \tau_3)) \exp(-j2\pi\alpha t) \rangle$ (19)

On note que $Q_x^{\epsilon}(\alpha,\tau_1,\tau_2,\tau_3)$ est associé au $\varepsilon^{\text{ième}}$ moment d'ordre 4. En posant que $Q_x^{\epsilon}(\alpha,\tau_1,\tau_2,\tau_3)[i,j,k,l]$ est l'élément [N(i-1)+j,N(k-1)+l] de la matrice $Q_x^{\epsilon}(\alpha,\tau_1,\tau_2,\tau_3)$ et supposant que le bruit est gaussien la matrice $Q_x^{\epsilon}(\alpha,\tau_1,\tau_2,\tau_3)$, s'écrit de la façon suivante en utilisant (1) et (19) :

$$Q_{x}^{1}(\alpha, \tau_{l}, \tau_{2}, \tau_{3}) = (A \otimes A^{*}) Q_{s}^{1}(\alpha, \tau_{l}, \tau_{2}, \tau_{3}) (A \otimes A^{*})^{H}$$

$$Q_{x}^{2}(\alpha, \tau_{l}, \tau_{2}, \tau_{3}) = (A \otimes A^{*}) Q_{s}^{2}(\alpha, \tau_{l}, \tau_{2}, \tau_{3}) (A \otimes A)^{T}$$

$$Q_{x}^{3}(\alpha, \tau_{l}, \tau_{2}, \tau_{3}) = (A \otimes A) Q_{s}^{3}(\alpha, \tau_{l}, \tau_{2}, \tau_{3}) (A \otimes A)^{T}$$

$$(20)$$

Où $Q_s^{\epsilon}(\alpha,\tau_1,\tau_2,\tau_3)$ est une matrice de quadricovariance cyclique de s(t) de dimension $(P^2 \times P^2)$, \otimes est le produit de Kronecker et τ désigne le transposé. Sous l'hypothèse de sources statistiquement indépendantes la matrice $Q_s^{\epsilon}(\alpha,\tau_1,\tau_2,\tau_3)$ est composée d'au moins $P^4 - P$ zéros et l'expression (20) se simplifie de la manière suivante :

$$Q_{x}^{1}(\alpha,\tau_{1},\tau_{2},\tau_{3}) = \sum_{p=1}^{p} c_{p}^{1}(\alpha,\tau_{1},\tau_{2},\tau_{3}) (a_{p} \otimes a_{p}^{*}) (a_{p} \otimes a_{p}^{*})^{H} = A_{Q} C_{x}^{1}(\alpha,\tau_{1},\tau_{2},\tau_{3}) A_{Q}^{H}$$

$$Q_{x}^{2}(\alpha,\tau_{1},\tau_{2},\tau_{3}) = \sum_{p=1}^{p} c_{p}^{2}(\alpha,\tau_{1},\tau_{2},\tau_{3}) (a_{p} \otimes a_{p}^{*}) (a_{p} \otimes a_{p})^{T} = A_{Q} C_{x}^{2}(\alpha,\tau_{1},\tau_{2},\tau_{3}) B_{Q}^{T}$$

$$Q_{x}^{3}(\alpha,\tau_{1},\tau_{2},\tau_{3}) = \sum_{p=1}^{p} c_{p}^{3}(\alpha,\tau_{1},\tau_{2},\tau_{3}) (a_{p} \otimes a_{p}) (a_{p} \otimes a_{p})^{T} = B_{Q} C_{x}^{3}(\alpha,\tau_{1},\tau_{2},\tau_{3}) B_{Q}^{T} (21)$$

où A_Q et B_Q sont des matrices de dimension $(N^2 \times P)$ définie par $A_Q = [(\boldsymbol{a}_1 \otimes \boldsymbol{a}_1), \ldots, (\boldsymbol{a}_p \otimes \boldsymbol{a}_p)]$ et $B_Q = [(\boldsymbol{a}_1 \otimes \boldsymbol{a}_1), \ldots, (\boldsymbol{a}_p \otimes \boldsymbol{a}_p)]$, $C_s^{\epsilon}(\alpha, \tau_1, \tau_2, \tau_3)$ est une matrice diagonale de dimension $(P \times P)$ définie par $C_s^{\epsilon}(\alpha, \tau_1, \tau_2, \tau_3) = \text{diag}[c_1^{\epsilon}(\alpha, \tau_1, \tau_2, \tau_3), \ldots, c_p^{\epsilon}(\alpha, \tau_1, \tau_2, \tau_3)]$ et où $c_p^{\epsilon}(\alpha, \tau_1, \tau_2, \tau_3)$ est défini par : $c_p^{-1}(\alpha, \tau_1, \tau_2, \tau_3) = \langle \text{Cum}(s_p(t), s_p(t-\tau_1)^*, s_p(t-\tau_2)^*, s_p(t-\tau_3)) \exp(-j2\pi\alpha t) \rangle$ $c_p^{-2}(\alpha, \tau_1, \tau_2, \tau_3) = \langle \text{Cum}(s_p(t), s_p(t-\tau_1)^*, s_p(t-\tau_2), s_p(t-\tau_3)) \exp(-j2\pi\alpha t) \rangle$ $c_p^{-3}(\alpha, \tau_1, \tau_2, \tau_3) = \langle \text{Cum}(s_p(t), s_p(t-\tau_1), s_p(t-\tau_2), s_p(t-\tau_3)) \exp(-j2\pi\alpha t) \rangle$ (22)

On note que la quadricovariance classique de (6) vérifie aussi que $Q_x=Q_x^{-1}(0,\ 0,\ 0,\ 0),\ c_p=c_p^{-1}(0,\ 0,\ 0,\ 0),\ C_s=C_s^{-1}(0,0,\ 0,\ 0).$ En rappelant que $Q_x[i,\ j,\ k,\ l] \text{ est l'élément } [N(i-1)+j,\ N(k-1)+l] \text{ de la matrice } Q_x \text{ , on en déduit:}$

$$Q_x = A_Q C_s A_Q^{\mathsf{H}} \tag{23}$$

En posant que $Q_x[i, j, k, l]$ est l'élément [N(i-1)+l, N(k-1)+j] de \widetilde{Q}_x on obtient la matrice \widetilde{Q}_x qui s'écrit de la façon suivante :

$$\widetilde{Q}_{x} = B_{Q} C_{x} B_{Q}^{H} \tag{24}$$

Etape de blanchiment

20

La première étape du procédé cyclique orthonormalise les colonnes des matrices $A_{\mathcal{G}}$ ou $B_{\mathcal{G}}$ contenues dans les matrices Q_x ou \widetilde{Q}_x des expressions (23)(24). Les matrices Q_x et \widetilde{Q}_x sont hermitiennes de rang P et vérifient la décomposition en éléments propres suivantes :

$$Q_x = E_x \Lambda_x E_x^{H} \text{ et } \widetilde{Q}_x = \widetilde{E}_x \widetilde{\Lambda}_x \widetilde{E}_x^{H}$$
 (25)

Où $\hat{\Lambda}_x$ est la matrice diagonale de dimension (P x P) des P valeurs non

nulles de \widetilde{Q}_x et \widetilde{E}_x est la matrice de dimension (N^2xP) des vecteurs propres associés. Pour une matrice B_0 de rang plein, on peut montrer qu'il y a équivalence entre supposer que les kurtosis des sources sont de même signe ε ($\varepsilon = \pm 1$) et supposer que les valeurs propres de $\widetilde{\Lambda}_x$ sont aussi de même signe ε . Dans ce contexte, il est possible de construire la matrice de blanchiment suivante \widetilde{T} de dimension ($P \times N^2$):

$$\widetilde{T} = (\widetilde{\Lambda}_x)^{-1/2} \widetilde{E}_x^{H} \tag{26}$$

où $(\widetilde{\Lambda}_x)^{-1/2}$ est l'inverse de la racine carré de $\widetilde{\Lambda}_x$. Des expressions (24) et (25) on en déduit que :

$$\varepsilon \widetilde{T} \widetilde{Q}_{x} \widetilde{T}^{H} = \widetilde{T} B_{Q} (\varepsilon C_{s}) B_{Q}^{H} \widetilde{T}^{H} = I_{P}$$
 (27)

Cette dernière expression montre que la matrice $\widetilde{T} B_{\mathcal{Q}}$ $(\varepsilon C_s)^{1/2}$ de dimension $(P \times P)$ est une matrice unitaire \widetilde{U} . On en déduit alors que :

$$\widetilde{T} B_Q = \widetilde{U} (\varepsilon C_s)^{-1/2}$$
 (28)

On rappelle que la matrice T de blanchiment de $Q_{\mathbf{x}}$ vérifie :

$$TA_Q = U(\varepsilon C_s)^{-1/2}$$
 (29)

Etape d'isolation cyclique

25

On déduit des expressions (28)(29) et (21) que :

$$W_{x}^{1}(\alpha, \tau_{l}, \tau_{2}, \tau_{3}) = T Q_{x}^{1}(\alpha, \tau_{l}, \tau_{2}, \tau_{3}) T^{H} = U.(\varepsilon C_{s})^{-1/2} C_{s}^{1}(\alpha, \tau_{1}, \tau_{2}, \tau_{3}) (\varepsilon C_{s})^{-1/2} U^{H}$$

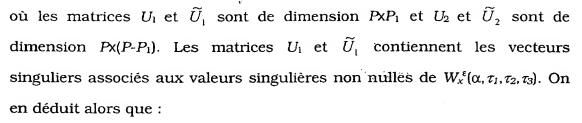
$$W_{x}^{2}(\alpha, \tau_{l}, \tau_{2}, \tau_{3}) = T Q_{x}^{2}(\alpha, \tau_{l}, \tau_{2}, \tau_{3}) \widetilde{T}^{T} = U(\varepsilon C_{s})^{-1/2} C_{s}^{2}(\alpha, \tau_{1}, \tau_{2}, \tau_{3}) (\varepsilon C_{s})^{-1/2} \widetilde{U}^{T}$$

$$W_{x}^{2}(\alpha, \tau_{l}, \tau_{2}, \tau_{3}) = \widetilde{T} Q_{x}^{2}(\alpha, \tau_{l}, \tau_{2}, \tau_{3}) \widetilde{T}^{T} = \widetilde{U} (\varepsilon C_{s})^{-1/2} C_{s}^{3}(\alpha, \tau_{1}, \tau_{2}, \tau_{3}) (\varepsilon C_{s})^{-1/2} \widetilde{U}^{T}$$
(30)

En présence de P_1 sources vérifiant $c_i^{\epsilon}(\alpha, \tau_1, \tau_2, \tau_3) \neq 0$ $(1 \leq i \leq P_1)$ la matrice $W_x^{\epsilon}(\alpha, \tau_1, \tau_2, \tau_3)$ est de rang $P_1 \leq P$. Dans ces conditions les matrices unitaires U et \widetilde{U} de dimension PxP peuvent se décomposer en deux sous matrices de dimension PxP_1 et $Px(P - P_1)$ tel que :

$$U = [U_1 \ U_2] \text{ et } \widetilde{U} = [\widetilde{U}_1 \ \widetilde{U}_2]$$

$$(31)$$



$$\begin{aligned}
& 5 \quad W_{x}^{1}(\alpha, \tau_{l}, \tau_{2}, \tau_{3}) = T Q_{x}^{1}(\alpha, \tau_{l}, \tau_{2}, \tau_{3}) \ T^{H} = U_{1} \left(\varepsilon \ \widetilde{C}_{s} \right)^{-1/2} \widetilde{C}_{s}^{1}(\alpha, \tau_{1}, \tau_{2}, \tau_{3}) \left(\varepsilon \widetilde{C}_{s} \right)^{-1/2} \ U_{1}^{H} \\
& W_{x}^{2}(\alpha, \tau_{l}, \tau_{2}, \tau_{3}) = T Q_{x}^{2}(\alpha, \tau_{l}, \tau_{2}, \tau_{3}) \ \widetilde{T}^{T} = U_{1} \left(\varepsilon \ \widetilde{C}_{s} \right)^{-1/2} \widetilde{C}_{s}^{2}(\alpha, \tau_{1}, \tau_{2}, \tau_{3}) \left(\varepsilon \widetilde{C}_{s} \right)^{-1/2} \ \widetilde{U}_{1}^{T} \\
& W_{x}^{3}(\alpha, \tau_{l}, \tau_{2}, \tau_{3}) = \widetilde{T} \ Q_{x}^{3}(\alpha, \tau_{l}, \tau_{2}, \tau_{3}) \ \widetilde{T}^{T} = \widetilde{U}_{1} \left(\varepsilon \ \widetilde{C}_{s} \right)^{-1/2} \ \widetilde{C}_{s}^{3}(\alpha, \tau_{1}, \tau_{2}, \tau_{3}) \left(\varepsilon \widetilde{C}_{s} \right)^{-1/2} \ \widetilde{U}_{1}^{T} \\
& (32)
\end{aligned}$$

10

20

Où la matrice $\widetilde{C}_s^{\ \epsilon}(\alpha,\tau_1,\tau_2,\tau_3)$ est une matrice diagonale de dimensions $P_1 x P_1$ composé des éléments diagonaux $c_i^{\ \epsilon}(\alpha,\tau_1,\tau_2,\tau_3)$ non nul de $C_s^{\ \epsilon}(\alpha,\tau_1,\tau_2,\tau_3)$. La matrice $\widetilde{C}_s = \widetilde{C}_s^{\ 1}(0,0,0,0)$ de dimension $P_1 x P_1$ est composée des éléments c_i $(1 \le i \le P_1)$ correspondants. Dans ces conditions après une décomposition en valeurs singulières de $W_x^{\ \epsilon}(\alpha,\tau_1,\tau_2,\tau_3)$, on peut déterminer les matrices T_1 et \widetilde{T}_1 à partir des vecteurs singuliers associé aux valeurs singulières non nulles et T_2 et \widetilde{T}_2 à partir des vecteurs singuliers associé aux valeurs singulières nulles tel que :

$$T_1 = U_1 \Pi_1^{\mathrm{H}}$$
, $T_2 = U_2 \Pi_2^{\mathrm{H}}$, $\widetilde{T}_1 = \widetilde{U}_1 \widetilde{\Pi}_1^{\mathrm{H}}$ et $\widetilde{T}_2 = \widetilde{U}_2 \widetilde{\Pi}_2^{\mathrm{H}}$ (33)

Où les matrices sont Π_1 , Π_2 , $\widetilde{\Pi}_1$ et $\widetilde{\Pi}_2$ sont unitaires. On peut construire à partir de W_x^{ε} $(\alpha', \tau_1', \tau_2', \tau_3)$ une matrice $\widetilde{W}_x^{\varepsilon'}$ $(\alpha', \tau_1', \tau_2', \tau_3)$ dépendant uniquement des sources de paramètres cyclique $(\alpha, \tau_1, \tau_2, \tau_3, \varepsilon)$ tel que $c_i^{\varepsilon}(\alpha, \tau_1, \tau_2, \tau_3) \neq 0$. Pour ce faire on effectue le calcul suivant :

$$\widetilde{W}_{x}^{1}(\alpha, \tau_{1}, \tau_{2}, \tau_{3}) = T_{1}^{H} W_{x}^{1}(\alpha, \tau_{1}, \tau_{2}, \tau_{3}) T_{1} = \Pi_{1}(\varepsilon \widetilde{C}_{s})^{-1/2} \widetilde{C}_{s}^{1}(\alpha, \tau_{1}, \tau_{2}, \tau_{3}) (\varepsilon \widetilde{C}_{s})^{-1/2} \Pi_{1}^{H}$$

$$\widetilde{W}_{x}^{2}(\alpha, \tau_{1}, \tau_{2}, \tau_{3}) = T_{1}^{H} W_{x}^{2}(\alpha, \tau_{1}, \tau_{2}, \tau_{3}) \widetilde{T}_{1}^{*} = \Pi_{1}(\varepsilon \widetilde{C}_{s})^{-1/2} \widetilde{C}_{s}^{2}(\alpha, \tau_{1}, \tau_{2}, \tau_{3}) (\varepsilon \widetilde{C}_{s})^{-1/2} \widetilde{\Pi}_{1}^{T}$$

$$\widetilde{W}_{x}^{3}(\alpha, \tau_{1}, \tau_{2}, \tau_{3}) = \widetilde{T}_{1}^{H} W_{x}^{3}(\alpha, \tau_{1}, \tau_{2}, \tau_{3}) \widetilde{T}_{1}^{*} = \widetilde{\Pi}_{1}(\varepsilon \widetilde{C}_{s})^{-1/2} \widetilde{C}_{s}^{3}(\alpha, \tau_{1}, \tau_{2}, \tau_{3}) (\varepsilon \widetilde{C}_{s})^{-1/2} \widetilde{\Pi}_{1}^{T}$$

$$25 \quad (34)$$

De même on peut construire à partir de $W_x^{\varepsilon}(\alpha, \tau_1, \tau_2, \tau_3)$ une matrice $\widetilde{\widetilde{W}}_x^{\varepsilon}(\alpha, \tau_1, \tau_2, \tau_3)$ ne dépendant pas des sources de paramètres cyclique $(\alpha, \tau_1, \tau_2, \tau_3, \varepsilon)$ tel que $c_i(\alpha, \tau_1, \tau_2, \tau_3) = 0$: Autres sources. Pour ce faire on effectue le calcul suivant :

$$\widetilde{\widetilde{W}}_{x}^{1}(\alpha,\tau_{l},\tau_{2},\tau_{3}) = T_{2}^{H} W_{x}^{1}(\alpha,\tau_{l},\tau_{2},\tau_{3}) T_{2} = \Pi_{2} \left(\varepsilon \widetilde{\widetilde{C}}_{s} \right)^{-1/2} \widetilde{\widetilde{C}}_{s}^{1}(\alpha,\tau_{l},\tau_{2},\tau_{3}) \left(\varepsilon \widetilde{\widetilde{C}}_{s} \right)^{-1/2} \Pi_{2}^{H}$$

$$\widetilde{\widetilde{W}}_{x}^{2}(\alpha,\tau_{l},\tau_{2},\tau_{3}) = T_{2}^{H} W_{x}^{2}(\alpha,\tau_{l},\tau_{2},\tau_{3}) \widetilde{T}_{2}^{*} = \Pi_{2} \left(\varepsilon \widetilde{\widetilde{C}}_{s} \right)^{-1/2} \widetilde{\widetilde{C}}_{s}^{2}(\alpha,\tau_{l},\tau_{2},\tau_{3}) \left(\varepsilon \widetilde{\widetilde{C}}_{s} \right)^{-1/2} \widetilde{\Pi}_{2}^{T}$$

$$\widetilde{\widetilde{W}}_{x}^{3}(\alpha,\tau_{l},\tau_{2},\tau_{3}) = \widetilde{T}_{2}^{H} W_{x}^{3}(\alpha,\tau_{l},\tau_{2},\tau_{3}) \widetilde{T}_{2}^{*} = \widetilde{\Pi}_{2} \left(\varepsilon \widetilde{\widetilde{C}}_{s} \right)^{-1/2} \widetilde{\widetilde{C}}_{s}^{3}(\alpha,\tau_{l},\tau_{2},\tau_{3}) \left(\varepsilon \widetilde{\widetilde{C}}_{s} \right)^{-1/2} \widetilde{\Pi}_{2}^{T}$$

$$\widetilde{W}_{x}^{3}(\alpha,\tau_{l},\tau_{2},\tau_{3}) = \widetilde{T}_{2}^{H} W_{x}^{3}(\alpha,\tau_{l},\tau_{2},\tau_{3}) \widetilde{T}_{2}^{*} = \widetilde{\Pi}_{2} \left(\varepsilon \widetilde{\widetilde{C}}_{s} \right)^{-1/2} \widetilde{\widetilde{C}}_{s}^{3}(\alpha,\tau_{l},\tau_{2},\tau_{3}) \left(\varepsilon \widetilde{\widetilde{C}}_{s} \right)^{-1/2} \widetilde{\Pi}_{2}^{T}$$

$$\widetilde{W}_{x}^{3}(\alpha,\tau_{l},\tau_{2},\tau_{3}) = \widetilde{T}_{2}^{H} W_{x}^{3}(\alpha,\tau_{l},\tau_{2},\tau_{3}) \widetilde{T}_{2}^{*} = \widetilde{\Pi}_{2} \left(\varepsilon \widetilde{\widetilde{C}}_{s} \right)^{-1/2} \widetilde{\widetilde{C}}_{s}^{3}(\alpha,\tau_{l},\tau_{2},\tau_{3}) \left(\varepsilon \widetilde{\widetilde{C}}_{s} \right)^{-1/2} \widetilde{\Pi}_{2}^{T}$$

$$\widetilde{W}_{x}^{3}(\alpha,\tau_{l},\tau_{2},\tau_{3}) = \widetilde{T}_{2}^{H} W_{x}^{3}(\alpha,\tau_{l},\tau_{l},\tau_{2},\tau_{3}) \widetilde{T}_{2}^{*} = \widetilde{\Pi}_{2} \left(\varepsilon \widetilde{\widetilde{C}}_{s} \right)^{-1/2} \widetilde{\widetilde{C}}_{s}^{3}(\alpha,\tau_{l},\tau_{l},\tau_{2},\tau_{3}) \left(\varepsilon \widetilde{\widetilde{C}}_{s} \right)^{-1/2} \widetilde{T}_{2}^{T}$$

$$\widetilde{W}_{x}^{3}(\alpha,\tau_{l},\tau_{l},\tau_{2},\tau_{3}) = \widetilde{T}_{2}^{H} W_{x}^{3}(\alpha,\tau_{l},\tau_{l},\tau_{2},\tau_{3}) \widetilde{T}_{2}^{*} = \widetilde{T}_{2}^{H} W_{x}^{3}(\alpha,\tau_{l},$$

Où la matrice $\widetilde{C}_s^{\epsilon}(\alpha, \tau_1, \tau_2, \tau_3)$ est une matrice diagonale de dimensions (P- P_1) $\times (P-P_1)$ composé des éléments diagonaux $c_i^{\epsilon}(\alpha, \tau_1, \tau_2, \tau_3)$ tel que les $c_i^{\epsilon}(\alpha, \tau_1, \tau_2, \tau_3)$ correspondants sont nuls. La matrice \widetilde{C}_s de dimension (P- P_1) $\times (P-P_1)$ est composé des éléments c_i ($1 \le i \le P_1$) correspondants.

En particulier dans la lière version de cette variante on peut effectué l'isolation cyclique en $\alpha'=0$ et $\varepsilon'=1$. En posant $W(\tau_1',\tau_2',\tau_3)=5$ $W_x^{\varepsilon}(\alpha',\tau_1',\tau_2',\tau_3)$, $\widetilde{C}_s(\tau_1',\tau_2',\tau_3)=\widetilde{C}_s^{\varepsilon}(\alpha',\tau_1',\tau_2',\tau_3)$ et $\widetilde{\widetilde{C}}_s(\tau_1',\tau_2',\tau_3)=\widetilde{\widetilde{C}}_s^{\varepsilon}(\alpha',\tau_1',\tau_2',\tau_3)$, les équations (34) et (35) deviennent : $\widetilde{W}_x(\tau_1',\tau_2',\tau_3)=T_1^HW_x(\tau_1',\tau_2',\tau_3)T_1=\Pi_1(\varepsilon\widetilde{C}_s)^{-1/2}\widetilde{C}_s(\tau_1',\tau_2',\tau_3')(\varepsilon\widetilde{C}_s)^{-1/2}\Pi_1^H$ (36)

$$\widetilde{\widetilde{W}}_{x}(\tau_{l}, \tau_{2}, \tau_{3}) = T_{2}^{H} W_{x}(\tau_{l}, \tau_{2}, \tau_{3}) T_{2} = \Pi_{2}(\varepsilon \widetilde{\widetilde{C}}_{s})^{-1/2} \widetilde{\widetilde{C}}_{s}(\tau_{l}, \tau_{2}, \tau_{3}) (\varepsilon \widetilde{\widetilde{C}}_{s})^{-1/2} \Pi_{2}^{H}$$
20 (37)

Etape d'identification

Les équations (34) et (36) montrent que l'on peut identifier les matrices unitaires Π_1 et $\widetilde{\Pi}_1$ associées aux sources de paramètres cyclique $(\alpha, \tau_1, \tau_2, \tau_3, \varepsilon)$ en effectuant la SVD(Singular Value Decomposition) conjointe des matrices $\widetilde{W}_x^{\varepsilon^j}$ $(\alpha^j, \tau_1^j, \tau_2^j, \tau_3^j)$ pour $1 \le j \le K$. Ainsi pour estimer la matrice unitaire de gauche on effectue la diagonalisation conjointe des matrices :



$$\widetilde{W}_{x}^{\varepsilon^{j}}(\alpha^{j}, \tau_{1}^{j}, \tau_{2}^{j}, \tau_{3}^{j}) \ \widetilde{W}_{x}^{\varepsilon^{j}}(\alpha^{j}, \tau_{1}^{j}, \tau_{2}^{j}, \tau_{3}^{j})^{\mathsf{H}} \quad \text{pour } 1 \leq j \leq K$$

$$(38)$$

et pour estimer la matrices unitaires de droites on effectue la diagonalisation conjointe des matrices :

$$\widetilde{W}_{x}^{\varepsilon^{j}}(\alpha^{j}, \tau_{l}^{j}, \tau_{2}^{j}, \tau_{3}^{j})^{\mathsf{H}} \widetilde{W}_{x}^{\varepsilon^{j}}(\alpha^{j}, \tau_{l}^{j}, \tau_{2}^{j}, \tau_{3}^{j}) \quad \text{pour } 1 \leq j \leq K$$
(39)

Pour estimer les matrices unitaires Π_2 et $\widetilde{\Pi}_2$ associées aux sources non associées aux paramètres cyclique $(\alpha, \tau_1, \tau_2, \tau_3, \varepsilon)$, on effectue la SVD conjointe des matrices $\widetilde{\widetilde{W}}_x^{\varepsilon'}(\alpha, \tau_1, \tau_2, \tau_3, \varepsilon)$ pour $1 \le j \le K$ en diagonalisant conjointement les matrices $\widetilde{\widetilde{W}}_x^{\varepsilon'}(\alpha, \tau_1, \tau_2, \tau_3, \varepsilon)$ $\widetilde{\widetilde{W}}_x^{\varepsilon'}(\alpha, \tau_1, \tau_2, \tau_3, \varepsilon)$ puis les matrices $\widetilde{\widetilde{W}}_x^{\varepsilon'}(\alpha, \tau_1, \tau_2, \tau_3, \varepsilon)$ $\widetilde{\widetilde{W}}_x^{\varepsilon'}(\alpha, \tau_1, \tau_2, \tau_3, \varepsilon)$.

Connaissant Π_1 et Π_2 , on déduit de l'équation (33), à une matrice de permutation près, les matrices unitaires U_1 , U_2 et U en effectuant :

10

15

20

$$U_1 = T_1 \Pi_1$$
, $U_2 = T_2 \Pi_2$ et $U = [U_1 U_2]$ (40)

On peut déduire des équations (9) et (29) la matrice A_Q à une matrice diagonale et de permutation près, tel que :

$$T^{\#}.U = [b_1...b_P] = E_x \Lambda_x^{1/2} = A_Q (\varepsilon C_s)^{1/2} \Lambda \Pi$$
 (41)

où T^{\sharp} est la pseudo-inverse de la matrice T. Chaque colonne , \boldsymbol{b}_l $(1 \le l \le P)$, de la matrice T^{\sharp} U est associé à un vecteur $\mu_q |c_q|^{1/2}$ $(\boldsymbol{a}_q \otimes \boldsymbol{a}_q^*)$, $1 \le q \le P$, où μ_q est un scalaire complexe tel que $|\mu_q| = 1$. En conséquence, en transformant chaque colonne \boldsymbol{b}_l de la matrice T^{\sharp} U en une matrice B_l de dimension $(N \times N)$ tel que $B_l[i,j] = \boldsymbol{b}_l((i-1)N+j)$ $(1 \le i,j \le N)$ on en déduit que:

$$B_l = \mu_q |c_q|^{1/2} a_q a_q^{\text{H}} \text{ pour } (1 \le l, q \le P)$$
 (42)

Dans ce contexte le vecteur directeur \mathbf{a}_q de la $q^{\text{tème}}$ source est associé au vecteur propre de B_l associé à la plus forte valeur propre.

25 Récapitulation de la première version du procédé cyclique

En résumé, les étapes de la 1^{tère} version du procédé cyclique sont résumées ci-dessous et sont appliquées sur L observations $\mathbf{x}(lT_e)$ $(1 \le l \le L)$

des signaux reçus sur les capteurs (T_e : période d'échantillonnage).

Estimation

- **Etape-1:** Estimation des matrices Q_x et \widetilde{Q}_x à partir des L observations $x(lT_e)$. L'estimation de ces matrices va dépendre des hypothèses suivantes :
- Cas stationnaire et centrés : Estimateur empirique utilisé dans la référence
 [3].
 - Cas cyclo-stationnaire et centrés: Estimateur mis en oeuvre dans la référence [10].
- Cas cyclo-stationnaire et non-centrés: Estimateur mis en oeuvre dans la
 référence [11].

Balnchiment

- **Etape-2**: Décomposition en éléments propres des estimées des matrices Q_X et \widetilde{Q}_x . A partir de ces décompositions, estimation du nombre de sources P et utilisation des P valeurs propres principales tel que :
- 15 $Q_x \approx E_x \Lambda_x E_x^H$ et $\widetilde{Q}_x = \widetilde{E}_x \widetilde{\Lambda}_x \widetilde{E}_x^H$ où Λ_x et $\widetilde{\Lambda}_x$ sont des matrices diagonales contenant les P valeurs propres de plus fort module et E_x et \widetilde{E}_x sont les matrices contenant les vecteurs propres associés.
 - **Etape-3**: Construction des matrices de blanchiment : $T = (\Lambda_x)^{-1/2} E_x^H$ et $\widetilde{T} = (\widetilde{\Lambda}_x)^{-1/2} \widetilde{E}_x^H$
- 20 **Etape-4**: Sélection des paramètres cycliques $(\alpha, \tau_1, \tau_2, \tau_3, \varepsilon)$ et estimation de la matrice $Q_x^{\varepsilon}(\alpha, \tau_1, \tau_2, \tau_3)$ à partir des L observations $\mathbf{x}(lT_e)$. L'estimation de cette matrice va dépendre des hypothèses suivantes sur les signaux :
 - Cas stationnaire et centrés : Estimateur empirique utilisé dans la référence [3].
- Cas cyclo-stationnaire et centrés: Estimateur mis en oeuvre dans la référence [10].



• Cas cyclo-stationnaire et non-centrés : Estimateur mis en oeuvre dans la référence [11].

Etape-5: Calcul d'une matrice $W_x^{\varepsilon}(\alpha, \tau_1, \tau_2, \tau_3)$ de (30) à partir des matrices $Q_x^{\varepsilon}(\alpha, \tau_1, \tau_2, \tau_3)$, T et \widetilde{T} . Après une décomposition en valeurs singulières de $W_x^{\varepsilon}(\alpha, \tau_1, \tau_2, \tau_3)$, détermination des matrices unitaires T_1 et \widetilde{T}_1 associé aux valeurs singulières non nulles et T_2 et \widetilde{T}_2 associé aux valeurs singulières nulles.

Sélection

Etape-6: Sélection de K triplets de retards $(\tau_1^k, \tau_2^k, \tau_3^k)$ où $|\tau_1^k| + |\tau_2^k| + |\tau_3^k| \neq 0$.

Estimation

Etape-7: Estimation des K matrices $Q_X(\tau_1^k, \tau_2^k, \tau_3^k)$ de (2). Comme dans l'étape-1 cette estimation va dépendre des hypothèses faite sur le signal tel que :

- Cas stationnaire et centrés : Estimateur empirique utilisé dans [3].
 - Cas cyclo-stationnaire et centrés : Estimateur mis en oeuvre dans [10].
 - Cas cyclo-stationnaire et non-centrés : Estimateur mis en oeuvre dans [11].

Identification

Etape-8: Calcul des matrices T_1 $Q_X(\tau_1^k, \tau_2^k, \tau_3^k)$ T_1^H et estimation de la 20 matrice unitaire U_1 (associé aux paramètres cycliques $(\alpha, \tau_1, \tau_2, \tau_3, \varepsilon)$) en effectuant la diagonalisation conjointe des K matrices:

 $T_1 Q_{\chi}(\tau_1^k, \tau_2^k, \tau_3^k) T_1^{\mathrm{H}}.$

25

Etape-9: Calcul des matrices T_2 $Q_X(\tau_1^k, \tau_2^k, \tau_3^k)$ T_2^H et estimation de la matrice unitaire U_2 (associé aux autres sources) en effectuant la diagonalisation conjointe des K matrices T_2 $Q_X(\tau_1^k, \tau_2^k, \tau_3^k)$ T_2^H .

Etape-10: Calcul de la matrice unitaire U en effectuant : $U = [U_1 \ U_2]$

Etape-11: Calcul de $T^{\dagger}U = [b_1...b_P]$ et construction des matrices B_l de dimension $(N \times N)$ à partir des colonnes b_l de $T^{\dagger}U$.

Etape-12: Estimation des signatures a_q ($1 \le q \le P$) des P sources en appliquant une décomposition en élément sur chaque matrice B_L

5

10

Récapitulation de la deuxième version du procédé cyclique

Les étapes de la $2^{\text{ième}}$ version de la méthode FOBIUM cyclique sont résumées ci-dessous et sont appliquées sur L observations $x(lT_e)$ ($1 \le l \le L$) des signaux reçus sur les capteurs (T_e : période d'échantillonnage).

Etape-1: Estimation des estimées des matrices Q_x et \widetilde{Q}_x à partir des L observations $\mathbf{x}(lT_e)$. L'estimation de ces matrices va dépendre des hypothèses suivantes :

- Cas stationnaire et centrés : Estimateur empirique utilisé dans [3].
 - Cas cyclo-stationnaire et centrés : Estimateur mis en oeuvre dans [10].
 - Cas cyclo-stationnaire et non-centrés : Estimateur mis en oeuvre dans [11]. **Etape-2:** Décomposition en éléments propres des matrices Q_X et \widetilde{Q}_x . A partir de ces décompositions, estimation du nombre de sources P et utilisation des P valeurs propres principales tel que : $Q_X = E_x \Lambda_x E_x^H$ et $\widetilde{Q}_x = \widetilde{E}_x \widetilde{\Lambda}_x \widetilde{E}_x^H$ où Λ_x et $\widetilde{\Lambda}_x$ sont des matrices diagonales contenant les P valeurs propres de plus fort module et E_x et \widetilde{E}_x sont les matrices contenant les vecteurs propres associés.

Etape-3: Construction des matrices de blanchiment : $T = (\Lambda_x)^{-1/2} E_x^H$ et 25 $\widetilde{T} = (\widetilde{\Lambda}_x)^{-1/2} \widetilde{E}_x^H$

Etape-4: Sélection des paramètres cycliques $(\alpha, \tau_1, \tau_2, \tau_3, \varepsilon)$ et estimation de la matrice $Q_x^{\varepsilon}(\alpha, \tau_1, \tau_2, \tau_3)$ à partir des L observations $\boldsymbol{x}(lT_e)$. L'estimation de cette matrice va dépendre des hypothèses suivantes sur les signaux :

- Cas stationnaire et centrés : Estimateur empirique utilisé dans [3].
- Cas cyclo-stationnaire et centrés : Estimateur mis en oeuvre dans [10].
- Cas cyclo-stationnaire et non-centrés : Estimateur-mis en oeuvre dans [11].

Etape-5: Calcul d'une matrice $W_x^{\varepsilon}(\alpha, \tau_1, \tau_2, \tau_3)$ de (30) à partir des matrices $Q_x^{\varepsilon}(\alpha, \tau_1, \tau_2, \tau_3)$, T et \widetilde{T} . Après une décomposition en valeurs singulières de $W_x^{\varepsilon}(\alpha, \tau_1, \tau_2, \tau_3)$, détermination des matrices unitaires T_1 et \widetilde{T}_1 associé aux valeurs singulières non nulles et T_2 et \widetilde{T}_2 associé aux valeurs singulières nulles.

Etape-6: Sélection de K ensembles de paramètres $(\alpha^k, \tau_1^k, \tau_2^k, \tau_3^k, \varepsilon^k)$.

- 10 **Etape-7:** Estimation des K matrices $Q_x^{\mathfrak{e} k}(\alpha^k, \tau_1^k, \tau_2^k, \tau_3^k)$ de (19). Comme dans l'étape-1 cette estimation va dépendre des hypothèses faite sur le signal tel que :
 - Cas stationnaire et centrés : Estimateur empirique utilisé dans [3].
 - Cas cyclo-stationnaire et centrés : Estimateur mis en oeuvre dans [10].
- Cas cyclo-stationnaire et non-centrés: Estimateur mis en oeuvre dans [11].
 Etape-8: Calcul des matrices T₁ Q_x^{εk}(α ^k,τ₁^k,τ₂^k,τ₃^k) T₁^H et estimation de la matrice unitaire U₁ ou Ũ₁ (associé aux paramètres cycliques (α, τ₁ ,τ₂ ,τ₃ ,ε)) en effectuant la SVD conjointe des K matrices: T₁ Q_x^{εk}(α ^k,τ₁^k,τ₂^k,τ₃^k) T₁^H.
- **Etape-9**: Calcul des matrices T_2 $Q_x^{\epsilon k}(\alpha^k, \tau_1^k, \tau_2^k, \tau_3^k)$ T_2^H et estimation de la 20 matrice unitaire U_2 ou \widetilde{U}_2 (associé aux paramètres cycliques $(\alpha, \tau_1, \tau_2, \tau_3, \epsilon)$) en effectuant la SVD conjointe des K matrices : T_2 $Q_x^{\epsilon k}(\alpha^k, \tau_1^k, \tau_2^k, \tau_3^k)$ T_2^H .
 - **Etape-10**: Calcul de la matrice unitaire U en effectuant : $U = [U_1 \ U_2]$
 - **Etape-11:** Calcul de $T^{\#}U = [\boldsymbol{b}_1...\boldsymbol{b}_P]$ et construction des matrices B_l de dimension $(N \times N)$ à partir des colonnes b_l de $T^{\#}U$.
- 25 **Etape-12:** Estimation des signatures a_q ($1 \le q \le P$) des P sources en appliquant une décomposition en élément sur chaque matrice B_L

Bibliographie

- [1] A. Belouchrani, K. Abed Meraim, J.F. Cardoso, E. Moulines, "A blind source separation technique using second-order statistics", *IEEE Trans*₆₁Sig. Proc., Vol.45, N°2, pp. 434-444, Feb. 1997.
- 5 [2] JF. Cardoso, "Super-symmetric decomposition of the fourth order cumulant tensor", *ICASSP* 1991.
 - [3] J.F. Cardoso, A. Souloumiac, "Blind beamforming for non-gaussian signals", *IEE Proceedings-F*, Vol.140, N°6, pp. 362-370, Dec. 1993.
- [4] P.Chevalier, G.Benoit, A.Ferréol « Direction finding after blind identification of sources steering vectors: The blind-maxcor and blind-MUSIC methods», EUSIPCO, Trieste, pp 2097-2100, 1996
 - [5] P. Chevalier, "Optimal separation of independent narrow-band sources: concept and performance", Sig. Proc., Elsevier, Vol.73, pp 27-47, 1999.
- 15 [6] P. Chevalier, A.Ferréol, "On the virtual array concept for the fourth-order direction finding problem", *IEEE trans on signal processing*, Vol.47, N°9, pp. 2592-2595, Sept. 1999.
 - [7] P. Comon, "Independent component analysis a new concept?", Sig. Proc., Elsevier, Vol.36, N°3, Ap. 1994.
- 20 [8] P. Comon "Blind channel identification and extraction of more sources than sensors", SPIE Conf Adv Proc VIII, San Diego, July 1998.
- [9] L. De Lathauwer, B. De Moor, J.Vandewalle, "ICA techniques for more sources than sensors", Proc IEEE Processing Workshop on
 25 Higher Order Statistics, Caesarea, Israel, June 1999.
 - [10] A. Ferréol, P. Chevalier, "On the behavior of current second and higher order blind source separation methods for cyclostationary sources", *IEEE Trans. Sig. Proc.*, Vol.48, N°6, pp. 1712-1725, June 2000.
- 30 [11] A. Ferréol, P. Chevalier, L. Albera "Higher order blind separation of

- non zero-mean cyclostationinary sources ", (EUSPICO 2002), Toulouse, Sept. 2002.
- [12] A. Ferréol, P. Chevalier, L. Albera "Procédé de traitement d'antennes sur des signaux cyclostationnaires non centrés ", Brevet de Mai. 2002.
- [13] A. Ferréol, P. Chevalier "Higher order blind source separation using the cyclostationarity property of the signals ", ICASSP Munich, Vol 5, pp4061-4064, 1997
- [14] A. Ferréol, P. Chevalier "Higher order blind source separation using the cyclostationarity property of the signals ", ICASSP Munich, Vol 5, pp4061-4064, 1997
 - [10] A. Taleb "An algorithm for the blind identification of N independent signal with 2 sensors", 16th symposium on signal processing and its applications (ISSPA 2001), Kuala-Lumpur, Aug. 2001.

5

REVENDIGATIONS

- l Procédé d'identification autodidacte à l'ordre 4 de signatures d'au moins deux sources dans un système comportant un nombre de sources P et un nombre N de capteurs de réception recevant les observations, lesdites sources ayant des tri-spectres différents caractérisé en ce qu'il comporte au moins les étapes suivantes :
- a) une étape de blanchiment à l'ordre 4 des observations reçues sur les capteurs de réception afin d'orthonormaliser les vecteurs directeurs des sources dans les matrices de quadricovariance des observations exploitées,

10

15

25

- b) une étape de diagonalisation conjointe de plusieurs matrices de quadricovariance blanchies (étape a) afin d'identifier les signatures spatiales des sources.
- 2 Procédé selon la revendication 1 caractérisé en ce que les observations utilisées correspondent aux matrices de quadricovariance moyennées temporellement définies par

20
$$Q_{x}(\tau_{1},\tau_{2},\tau_{3}) = \sum_{p=1}^{p} c_{p}(\tau_{1},\tau_{2},\tau_{3}) (a_{p} \otimes a_{p}^{*}) (a_{p} \otimes a_{p}^{*})^{H}$$
 (4a)

$$= A_Q C_s(\tau_1, \tau_2, \tau_3) A_Q^{H}$$
 (4b)

où $A_{\mathcal{Q}}$ est une matrice de dimension $(N^2 \times P)$ définie par $A_{\mathcal{Q}} = [(\boldsymbol{a}_1 \otimes \boldsymbol{a}_1^*), \ldots, (\boldsymbol{a}_p \otimes \boldsymbol{a}_p^*)]$, $C_s(\tau_1, \tau_2, \tau_3)$ est une matrice diagonale de dimension $(P \times P)$ définie par $C_s(\tau_1, \tau_2, \tau_3) = \operatorname{diag}[c_1(\tau_1, \tau_2, \tau_3), \ldots, c_p(\tau_1, \tau_2, \tau_3)]$ et où $c_p(\tau_1, \tau_2, \tau_3)$ est défini par :

$$c_p(\tau_1, \tau_2, \tau_3) = \langle \text{Cum}(s_p(t), s_p(t-\tau_1)^*, s_p(t-\tau_2)^*, s_p(t-\tau_3)) \rangle$$
 (5)

3 – Procédé selon la revendication 2 caractérisé en ce qu'il comporte au moins les étapes suivantes

Etape 1: estimer, par \hat{Q}_x , la matrice Q_X , à partir des L observations $x(lT_e)$ en utilisant un estimateur non biaisé et asymptotiquement consistant.

Etape 2: décomposer en éléments propres \hat{Q}_x , estimer le nombre de sources P et restreindre la décomposition en éléments propres aux P composantes principales : $\hat{Q}_x \approx \hat{E}_x \ \hat{\Lambda}_x \ \hat{E}_x^H$, où $\hat{\Lambda}_x$ est la matrice diagonale contenant les P valeurs propres de plus fort module et \hat{E}_x est la matrice contenant les vecteurs propres associés.

Etape 3: construire la matrice de blanchiment : $\hat{T} = (\hat{\Lambda}_x)^{-1/2} \hat{E}_x H$.

Etape 4: sélectionner K triplets de retards $(\tau_1^k, \tau_2^k, \tau_3^k)$ où $|\tau_1^k| + |\tau_2^k| + |\tau_3^k| \neq 0$.

Etape 5 : estimer, par $\hat{Q}_x(\tau_1^k, \tau_2^k, \tau_3^k)$, les K matrices $Q_x(\tau_1^k, \tau_2^k, \tau_3^k)$.

10 **Etape 6**: calculer les matrices \hat{T} $\hat{Q}_{x}(\tau_{1}^{k},\tau_{2}^{k},\tau_{3}^{k})$ \hat{T}^{H} et estimer, \hat{U}_{sol} , la matrice unitaire U_{sol} par diagonalisation conjointe des K matrices \hat{T} $\hat{Q}_{x}(\tau_{1}^{k},\tau_{2}^{k},\tau_{3}^{k})$ \hat{T}^{H} **Etape 7**: calculer \hat{T} $\hat{U}_{sol}=[\hat{b}_{1}...\hat{b}_{P}]$ et construire des matrices \hat{B}_{l} de dimension $(N \times N)$.

Etape 8: estimer, par $\hat{\mathbf{a}}_P$, les signatures a_q ($1 \le q \le P$) des P sources en appliquant une décomposition en élément sur chaque matrice $\hat{\mathbf{B}}_L$

4 - Procédé selon l'une des revendications 1 à 3 caractérisé en ce qu'il comporte au moins une étape d'évaluation de la qualité de l'identification du vecteur directeur associé en utilisant un critère tel que

$$D(A, \hat{A}) = (\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_P)$$
 (16)

où

20

$$\alpha_p = \min_{1 \le i \le P} \left[d(\boldsymbol{a}_p, \, \hat{\boldsymbol{a}}_\theta) \right] \tag{17}$$

et où $d(\boldsymbol{u},\boldsymbol{v})$ est la pseudo-distance entre les vecteurs \boldsymbol{u} et \boldsymbol{v} , tel que :

$$d(\boldsymbol{u}, \boldsymbol{v}) = 1 - \frac{\left|\boldsymbol{u}^{H}\boldsymbol{v}\right|^{2}}{\left(\boldsymbol{u}^{H}\boldsymbol{u}\right)\!\left(\boldsymbol{v}^{H}\boldsymbol{v}\right)}$$
(18)

- 5 Procédé selon l'une des revendications 1 à 3 caractérisé en ce qu'il comporte au moins une étape d'isolation cyclique à l'ordre 4 après l'étape a) de blanchiment à l'ordre 4.
- 5 6 Procédé selon la revendication 5 caractérisé en ce que l'étape d'identification est réalisée en utilisant des statistiques cycliques d'ordre 4.
 - 7 Procédé selon l'une des revendications 1 à 6 caractérisé en ce que le nombre de sources P est supérieur ou égal au nombre de capteurs.
- 8 Procédé selon l'une des revendications 1 à 7 caractérisé en ce qu'il comporte au moins une étape de goniométrie à partir de la signature identifiée des sources.

10

- 15 9 Procédé selon l'une des revendications 1 à 7 caractérisé en ce qu'il comporte au moins une étape de filtrage spatial après la signature identifiée des sources.
- 10 Utilisation du procédé selon l'une des revendications 1 à 9 à un réseau
 20 de communication.

1. 3. 4.



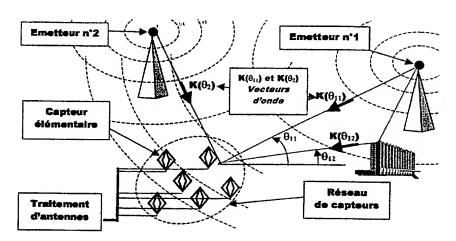


FIG.1

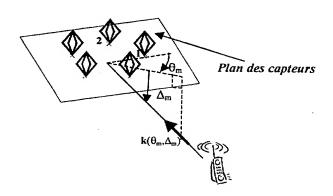
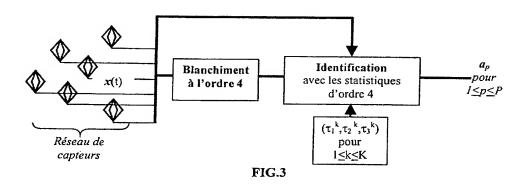


FIG.2



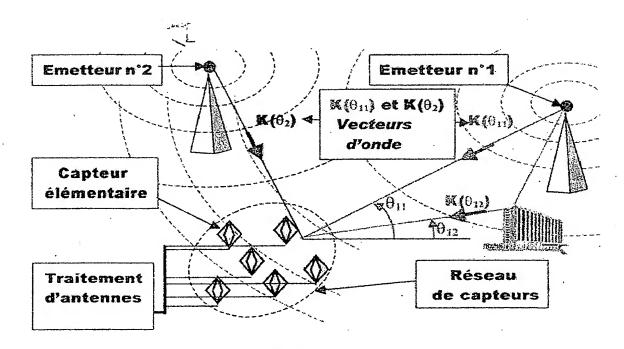


FIG.1

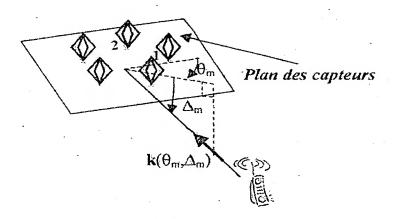


FIG.2

2/3

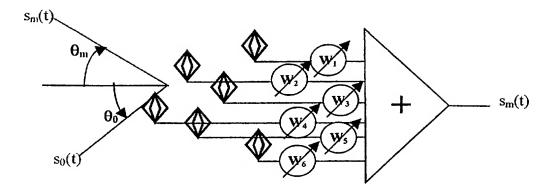


FIG.4

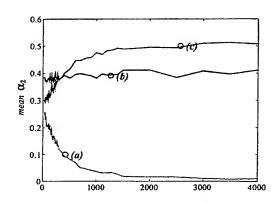


FIG.5

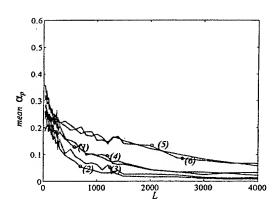
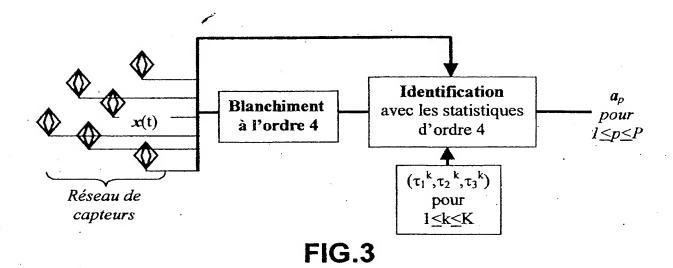


FIG.6



 $s_m(t)$ θ_m θ_0 w_1 w_3 w_5 $s_m(t)$

FIG.4

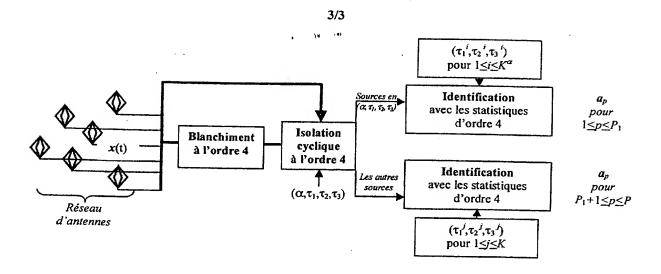


FIG.7

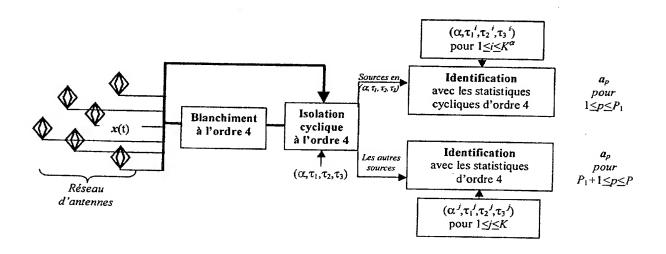


FIG.8

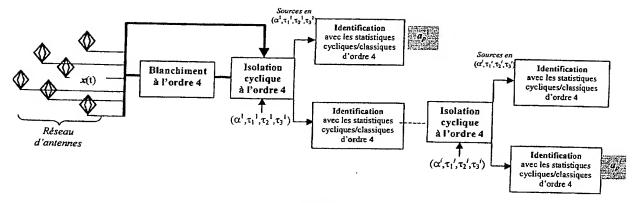


FIG.9

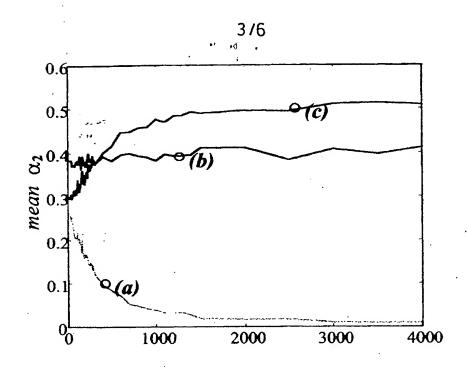


FIG.5

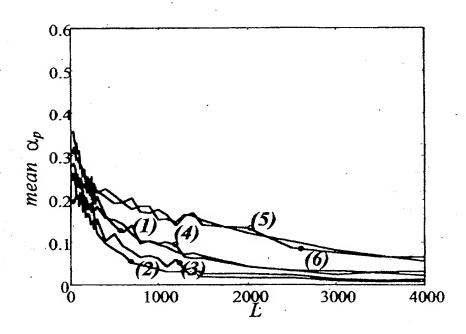
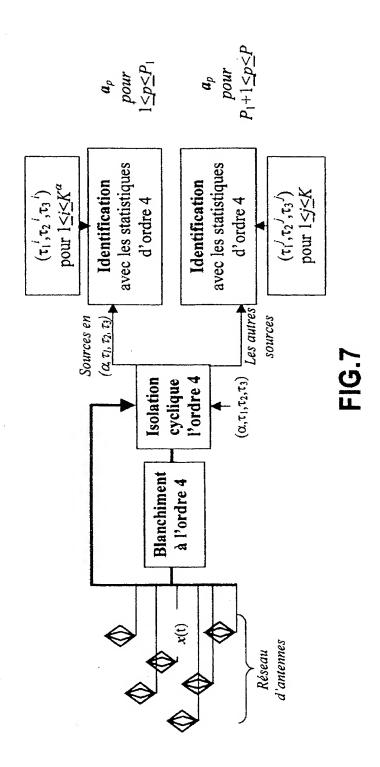
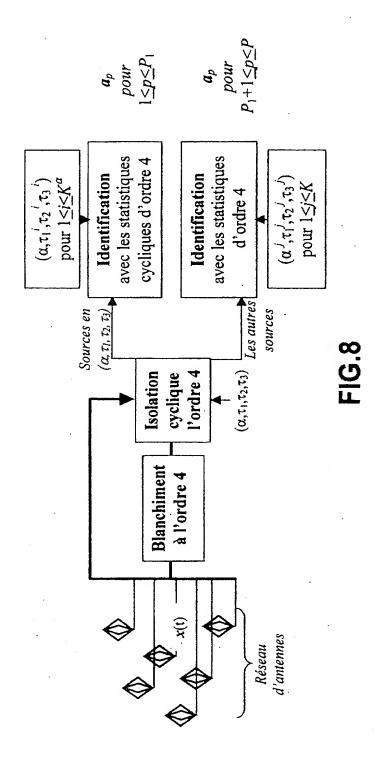


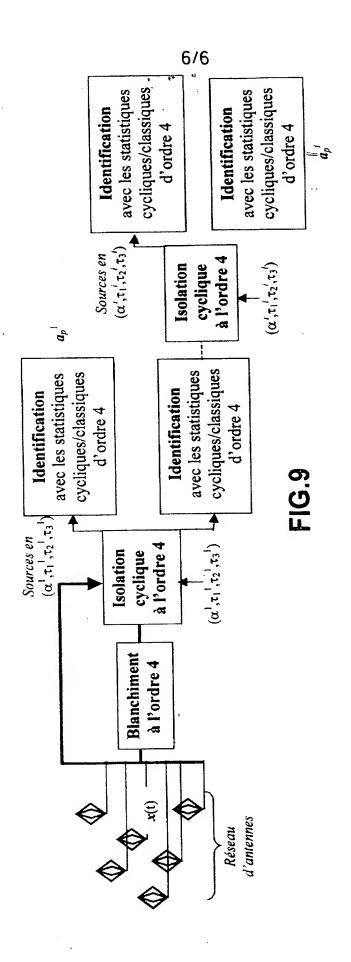
FIG.6













BREVET D'INVENTION CERTIFICAT D'UTILITÉ



Code de la propriété intellectuelle - Livre VI

DÉPARTEMENT DES BREVETS

26 bis, rue de Saint Pétersbourg

DÉSIGNATION D'INVENTEUR(S) Page N° J../ 1

(Si le demandeur n'est pas l'inventeur ou l'unique inventeur)

75800 Paris Cedex 08 Féléphone : 01 53 04	53 04 Télécopie : 01 42 93 59 30	Cet imprime est à remplir lisiblement à l'encre noire	D8 113 W /2608		
Vos références pour ce dossier , (facultatif)		63021			
N° D'ENREGISTREMENT NATIONAL		0304043			
TITRE DE L'IN	VENTION (200 caractères ou es	paces maximum)			
PROCEDE ET AU QUATRIE	DISPOSITIF D'IDENTIFIC ME ORDRE	ATION AUTODIDACTE D'UN MELANGE SOUS-DETERMI	NE DE SOURCES		
_					
LE(S) DEMANI	DEUR(S):				
THALES		•			
	•				
	•	·			
DESIGNE/NT\	EN TANT OUTINVENTEUR	(S) : (Indiquez en haut à droite «Page N° 1/1» S'il y a plus d	le trois inventeurs,		
utilisez un for	mulaire identique et numér	otez chaque page en indiquant le nombre total de pages).			
Nom		FERREOL			
Prénoms		Anne			
Adresse	Rue	THALES INTELLECTUAL PROPERTY 31-33, avenue Aristide Briand			
	Code postal et ville	94117 ARCUEIL			
Société d'appar	tenance (faculiatif)	×			
Nom		ALBERA			
Prénoms		Laurent			
Adresse	Rue	THALES INTELLECTUAL PROPERTY 31-33, avenue Aristide Briand			
٧.	Code postal et ville	94117 ARCUEIL	<u> </u>		
Société d'appar	tenance (facultatif)		*		
Nom		CHEVALIER			
Prénoms		Pascal			
Adresse	Rue	THALES INTELLECTUAL PROPERTY 31-33, avenue Aristide Briand			
	Code postal et ville	94117 ARCUEIL			
Société d'appartenance (facultatif)					
DATE ET SIGNATURE(S) DU (DES) DEMANDEUR(S) OU DU MANDATAIRE (Nom et qualité du signataire)					
Isabelle D	DUDOUIT OF AND TO				

La loi n°78-17 du 6 janvier 1978 relative à l'informatique, aux fichiers et aux libertés s'applique aux réponses faites à ce formulaire. Elle garantit un droit d'accès et de rectification pour les données vous concernant auprès de l'INPI.

THIS PAGE BLANK (USPTO)